# PART2 一直線上の点

## 要点① 3点が一直線上にある条件

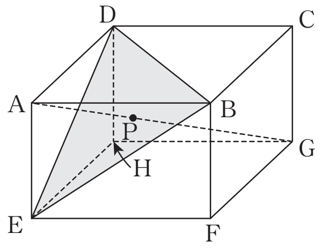
平面同様，空間においても，次のことが成り立つ。

**3点が一直線上にある条件**

2点A，Bが異なるとき

3点A，B，Pが一直線上にある $\iff$ $\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB}$ を満たす実数 $k$ が存在する

**例** 右図の直方体ABCD-EFGHにおいて，△BDEの重心Pは対角線AG上にあることを示す。




$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{c}$ とおくと

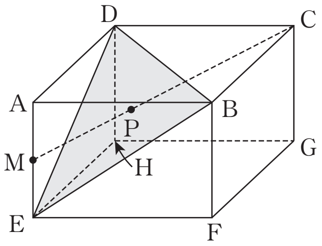
$\overrightarrow{AG}=$

また $\overrightarrow{AP}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

よって，$\overrightarrow{AG}=\quad\overrightarrow{AP}$ より，点Pは対角線AG上にある。

**[MEMO]**

**2** 右の図の直方体 ABCD−EFGH において，辺 AE の中点を M，△BDE の重心を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えよ。




(1) $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 3 点 C，P，M は一直線上にあることを示せ。

## Point Pickup

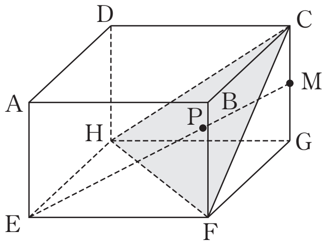
**3 点が一直線上にある条件**

2 点 A，B が異なるとき

3 点 A，B，P が一直線上にある $\iff$ $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たす実数 $k$ が存在する

# 第6講 PART2 確認問題

直方体 ABCD-EFGH において，辺 CG の中点を M，△CFH の重心を P とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{c}$ とおく。




**1** $\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

$\overrightarrow{AM}=$ ア

また

$\overrightarrow{AC}=$ イ，$\overrightarrow{AF}=$ ウ，$\overrightarrow{AH}=$ エ

であるから

$\overrightarrow{AP}=$ オ

[ ア の選択肢]

① $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}}{2}$　② $\dfrac{\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}}{2}$

③ $\dfrac{2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{2}$　④ $\dfrac{\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}}{2}$

⑤ $\dfrac{2\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}}{2}$　⑥ $\dfrac{2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}}{2}$

[ イ ～ オ の選択肢]

① $\vec{a}+\vec{b}$　② $\vec{b}+\vec{c}$

③ $\vec{a}+\vec{c}$　④ $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{2}$

⑤ $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$　⑥ $\dfrac{2\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}}{3}$

**2** 3点E，P，Mは一直線上にあることを示す。

$\overrightarrow{EP}$，$\overrightarrow{EM}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 用いて表すと

$\overrightarrow{EP}=$ [カ] $-$ [キ] より

$\overrightarrow{EP}=$ [ク]

$\overrightarrow{EM}=$ [ケ] $-$ [コ] より

$\overrightarrow{EM}=$ [サ]

したがって，$\overrightarrow{EP}=\dfrac{[シ]}{[ス]}\overrightarrow{EM}$ より，

3点E，P，Mは一直線上にある。

[[カ]，[キ]，[ケ]，[コ] の選択肢]

① $\overrightarrow{AB}$　② $\overrightarrow{AC}$　③ $\overrightarrow{AE}$

④ $\overrightarrow{AM}$　⑤ $\overrightarrow{AP}$　⑥ $\overrightarrow{AG}$

[[ク]，[サ] の選択肢]

① $\dfrac{2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}}{2}$　② $\dfrac{2\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}}{2}$

③ $\dfrac{-\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}}{2}$　④ $\dfrac{2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}}{3}$

⑤ $\dfrac{2\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}}{3}$　⑥ $\dfrac{-\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}}{3}$

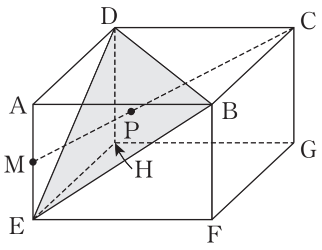
[MEMO]

# PART2 一直線上の点

**2** 右の図の直方体 ABCD−EFGH において，辺 AE の中点を M，△BDE の重心を P とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 3 点 C，P，M は一直線上にあることを示せ。




**[解答]**

(1) $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\vec{c}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

(2) $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AM}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}-\dfrac{1}{2}\vec{c}=\dfrac{2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}}{6}$

$\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{b}-\dfrac{1}{2}\vec{c}=\dfrac{2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}}{2}$

よって，$\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MP}$ より，3 点 C，P，M は一直線上にある。

# 第 6 講　PART2 確認問題 解答

**1**　**[正解]** ア：⑥，イ：①，ウ：③，エ：②，オ：⑥

**[解説]**

$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{c}$ より

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM}&=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CM}\\&=\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\\&=\boldsymbol{\frac{2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}}{2}}\end{aligned}$$

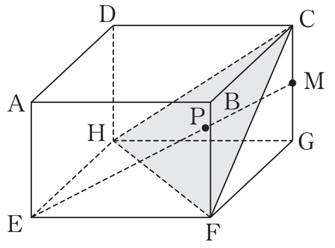
また

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC}&=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{\vec{a}+\vec{b}}\\\overrightarrow{AF}&=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\boldsymbol{\vec{a}+\vec{c}}\\\overrightarrow{AH}&=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DH}=\boldsymbol{\vec{b}+\vec{c}}\end{aligned}$$

であるから，点 P は △ABC の重心より

$$\overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AH}}{3}$$ [A]

$$\begin{aligned}&=\frac{(\vec{a}+\vec{b})+(\vec{a}+\vec{c})+(\vec{b}+\vec{c})}{3}\\&=\boldsymbol{\frac{2\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}}{3}}\end{aligned}$$




[A]　三角形の重心の位置ベクトル

3 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$，$C(\vec{c})$ を頂点とする △ABC の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ は

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

**2** **[正解]** カ：⑤，キ：③，ク：④，ケ：④，コ：③，

サ：①，シ：2，ス：3

**[解説]**

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{2\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}}{3},\quad \overrightarrow{\mathrm{AM}}=\frac{2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}}{2}$$

であるから

$\overrightarrow{\mathrm{EP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{EM}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{EP}}&=\overrightarrow{\mathbf{AP}}-\overrightarrow{\mathbf{AE}}\\&=\frac{2\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}}{3}-\vec{c}\\&=\boldsymbol{\frac{2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}}{3}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{EM}}&=\overrightarrow{\mathbf{AM}}-\overrightarrow{\mathbf{AE}}\\&=\frac{2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}}{2}-\vec{c}\\&=\boldsymbol{\frac{2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}}{2}}\end{aligned}$$

よって

$$\overrightarrow{\mathrm{EP}}=\frac{1}{3}(2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c})$$

$$\overrightarrow{\mathrm{EM}}=\frac{1}{2}(2\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c})$$

したがって，$\overrightarrow{\mathbf{EP}}=\boldsymbol{\frac{2}{3}}\overrightarrow{\mathbf{EM}}$ より

3 点 E，P，M は一直線上にある。 [B]

[B]　3 点が一直線上にある条件
2 点 A，B が異なるとき
3 点 A，B，P が一直線上にある
$\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たす実数 $k$ が存在する